S6-272

B.Sc. DEGREE EXAMINATION – MARCH, **2019**.

THIRD YEAR

SIXTH SEMESTER

Part – II : MATHEMATICS

(Regular/Supplementary)

Paper – VIII (C-A1) : INTEGRAL TRANSFORMS

(Common Paper for B.A.,/B.Sc.)

(CLUSTER ELECTIVE – I)

Time : 3 Hours *Max. Marks : 75*

SECTION – A

Answer any FIVE questions.

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము. (5 × 5 = 25 marks)

1. Using Laplace transform method, solve $\frac{d^2y}{dt^2}+y=0$, under the condition that $y=1$, $\frac{dy}{dt}=0$, when $t=0$.

   లాప్లాస్ పరివర్తనను ఉపయోగించి $t=0$ వద్ద $y=1$, $\frac{dy}{dt}=0$ అయినపుడు $\frac{d^2y}{dt^2}+y=0$ ను సాధించుము.

2. Solve $(D^2+D)\,y=t^2+2t$, where $y(0)=4$, $y'(0)=-2$ when $t=0$.

   $(D^2+D)\,y=t^2+2t$ ను సాధించుము ఇక్కడ $y(0)=4$, $y'(0)=-2$ మరియు $t=0$.

3. Show that $L\left\{\frac{\partial y}{\partial t}\right\}=P\,y(x,p)-y(x,0)$.

   $L\left\{\frac{\partial y}{\partial t}\right\}=P\,y(x,p)-y(x,0)$ అని నిరూపించుము.

4. Solve $\frac{dx}{dt}+ay=0$, $\frac{dy}{dt}-ax=0$ where $x(0)=1$, $y(0)=0$.

   $\frac{dx}{dt}+ay=0$, $\frac{dy}{dt}-ax=0$ ను సాధించుము ఇక్కడ $x(0)=1$, $y(0)=0$.

Turn Over

5. Solve the integral equation $F(t) = 1 + \int_0^t F(u)\,\sin(t-u)\,du$.

$F(t) = 1 + \int_0^t F(u)\,\sin(t-u)\,du$ సమాకలన సమీకరణను సాధించుము.

6. Solve the integral equation $F(t) = a\sin t - 2\int_0^t F(u)\cos(t-u)\,du$.

$F(t) = a\sin t - 2\int_0^t F(u)\cos(t-u)\,du$ అను సమాకలన సమీకరణను సాధించుము.

7. State and prove change of scale property of Fourier transform.

స్కేలు మార్పు ధర్మాన్ని ఫోరియర్ పరివర్తనములో ప్రవచించి నిరూపించుము.

8. Find the Fourier transform of $x\,e^{-\frac{x^2}{2}}$.

$x\,e^{-\frac{x^2}{2}}$ కి ఫోరియర్ పరివర్తనాన్ని కనుక్కోండి.

9. Evaluate $\int_0^\infty \frac{x^2}{(a^2+x^2)}dx \quad (a>0)$ by using Parseval's identity.

పార్సివేల్స్ సమానతను ఉపయోగించి $\int_0^\infty \frac{x^2}{(a^2+x^2)}dx \quad (a>0)$ ని కనుగొనండి.

10. Find the finite Fourier sine transform of $f(x) = x$ where $0 < x < 4$.

$0 < x < 4$ అయితే $f(x) = x$ యొక్క పరిమితి ఫోరియన్ సైన్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.

SECTION – B

Answer ALL questions.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము. (5 × 10 = 50 marks)

11. (a) Using Laplace transform method, solve $(D^2 - 2D + 2)y = 0$ if $y = 0$, $Dy = 1$ where $t = 0$.

లాప్లాస్ పరివర్తనను ఉపయోగించి $t = 0$ వద్ద $y = 0$, $Dy = 1$ అయినపుడు $(D^2 - 2D + 2)y = 0$ ను సాధించుము.

Or

(b) Solve $ty'' + (1-2t)y' - 2y = 0$ if $y(0) = 1$ and $y'(0) = 2$.

$y(0) = 1$ మరియు $y'(0) = 2$ అయితే $ty'' + (1-2t)y' - 2y = 0$ ను సాధించుము.

12. (a) Solve $(D^2+2)x - Dy = 1; Dx + (D^2+2)y = 0$ if $x = Dx = y = Dy = 0$ when $t = 0$.

$t = 0$ వద్ద $x = Dx = y = Dy = 0$ అయినపుడు $(D^2+2)x - Dy = 1;$ $Dx + (D^2+2)y = 0$ లను సాధించుము.

Or

(b) Solve $\frac{\partial y}{\partial t} = 2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$; $y(0,t) = 0 = y(5,t)$ and $y(x,0) = 10\sin 4\pi x$.

$\frac{\partial y}{\partial t} = 2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$; $y(0,t) = 0 = y(5,t)$ మరియు $y(x,0) = 10\sin 4\pi x$ ను సాధించుము.

13. (a) Solve $\int_0^t \frac{F(u)}{\sqrt{t-u}}\,du = 1+1+1^2$.

$\int_0^t \frac{F(u)}{\sqrt{t-u}}\,du = 1+1+1^2$ సాధించుము.

Or

(b) Solve $F'(t) = t + \int_0^t F(t-u)\cos u, F(0) = 4$.

$F'(t) = t + \int_0^t F(t-u)\cos u, F(0) = 4$ ను సాధించుము.

14. (a) Find the Fourier cosine transform of e^{-x^2}.

e^{-x^2} యొక్క ఫోరియర్ కొసైన్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.

Or

(b) Find the Fourier transform of $e^{-\frac{x^2}{2}}$.

$e^{-\frac{x^2}{2}}$ ను ఫోరియర్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.

15. (a) State and prove convolution theorem for Fourier transform.

ఫోరియర్ పరివర్తన యొక్క కన్వల్యూషన్ సిద్ధాంతంను ప్రవచించి నిరూపించుము.

Or

(b) Find the finite Fourier sine transform of $f(x)$, where

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \\ \pi - x, & \frac{\pi}{2} \le x \le \pi \end{cases}.$$

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \\ \pi - x, & \frac{\pi}{2} \le x \le \pi \end{cases}$$ యొక్క పరిమితి ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.